[12] Родионова И.Н., Долгополов В.М. Задачи с сопряжением на характеристической плоскости для одного гиперболического уравнения третьего порядка в трехмерном пространстве // Вестн. Сам. гос. тех. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2014, №1(34), С. 48-55.
[13] Бушков С.В., Родионова И.Н. О постановке краевых задач в области специального типа для одного гиперболического уравнения третьего порядка в трехмерном евклидовом пространстве. Science Time. №1(13), 2015, С. 53-60.
[14] Бушков С.В., Родионова И.Н. Нелокальные задачи для одного уравнения гиперболического типа третьего порядка, вырождающегося на координатных плоскостях. // Science Time. №2(26), 2016, С. 92-100.

PROBLEM S5 FOR THE THIRD-ORDER HYPERBOLIC EGUATION IN A THREE-DIMENSIONAL SPACE

© 2020 Rodionova Irina Nikolaevna
Associate Professor
Samara University
© 2020 Sevastyanova Svetlana Alexandrovna
Associate Professor
Samara State University of Economics
E-mail: s_sevastyanova@mail.ru

Keywords: equation of hyperbolic type, boundary value problem, integral equation.

The article presents a method for solving the boundary value for the complete equation of the third-order hyperbolic type with variable coefficients. The solution to the problem posed is based on the solution of the Darboux problem in a special class of functions obtained by the authors. The problem is reduced to a set of uniquely solvable Volterra integral equations, by virtue of which its solution can be obtained in explicit form.

УДК 519.852.33
Код РИНЦ 27.00.00

ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ: ПОНЯТИЕ, ТИПЫ, МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

© 2020 Тихонова Алина Дмитриевна*
студент
Самарский государственный экономический университет
E-mail: alinenaria@mail.ru

Ключевые слова: транспортная задача, линейное программирование, методы оптимизации, оптимальный план.

* Научный руководитель - **Севастьянова Светлана Александровна**, кандидат педагогических наук, доцент.

В данной статье рассматриваются транспортные задачи линейного программирования об оптимальном плане перевозок продукта с минимальными затратами в теоретическом и практическом аспектах.

Большая часть реальных экономических задач управления и планирования сводится к задачам математического программирования. Особую роль в экономической теории и практике играет линейное программирование, имеющее развитую теорию и рассматриваемое в качестве самостоятельного раздела математического программирования. Частью линейного программирования являются транспортные задачи, позволяющие уменьшить транспортные издержки предприятия.

Транспортная задача - математическая задача линейного программирования специального вида об оптимальном плане перевозок грузов из пунктов отправления в пункты потребления[1]. Поиск методов решения данной проблемы впервые произвел Гаспар Монж, французский математик, в 1781 г., а продолжил его советский математик и экономист, Леонид Конторович. Поэтому альтернативное название транспортных задач - задачи Монжа-Конторовича. В современных условиях рыночной экономики вопросы, решаемые транспортными задачами (минимизирование затрат, поиск оптимальных решений), являются актуальными при стремлении предприятий к увеличению конкурентоспособности.

Цель транспортных задач достигается, если доставка необходимого товара достойного качества и в требуемом количестве осуществляется в нужное время и место с минимальными затратами материальных, финансовых и трудовых ресурсов[2]. Транспортные задачи классифицируются по критериям стоимости (достижение минимума затрат на реализацию плана перевозок) и времени (если на перевозку затрачено минимальное количество времени, то план признается оптимальным).

Рассмотрим общую постановку транспортной задачи.

Запасы однородного продукта в объемах производства $a_1, a_2, \dots, a_m$единиц сосредоточены в m пунктах. Имеется n пунктов потребления, соответствующих объемам $b_1, b_2, \dots, b_n$. Известна также стоимость перевозки единицы груза c_{ij}от поставщика (i) к потребителю (j) и объем перевозки x_{ij}. Требуется составить план перевозок, при котором общая стоимость была бы минимальной. Оформляется транспортная таблица.

Объемы поставок a_i	**Объемы потребленияb_j**				**Потенциалы u_i**
	b_1	**b_2**	**…**	**b_n**	
a_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	c_{1n} x_{1n}	$u_1 = 0$
a_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	c_{2n} x_{2n}	u_2
…			…		…
a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}	u_m
Потенциалы v_j	v_1	v_2	…	v_n	

Существует два типа задач: при равенстве суммарного запаса товара поставщиков и суммарного объема потребления задачи будут закрытого типа (несбалансированные), в обратном же случае - открытого типа (сбалансированные)[3,4].

Получена задача линейного программирования канонического вида с $(m+n)$ уравнениями в системе ограничений и $m \times n$неизвестными. Вопрос о разрешимости системы ограничений определяется рангом данной системы, который равен числу $r = m + n - 1$. В таком случае план перевозок называется невырожденным. Если количество занятых клеток меньше $m + n - 1$, то план вырожденный, необходим ввод перевозки с нулевым тарифом.

Для решения транспортных задач применяется алгоритм, состоящий из нескольких этапов:

- Поиск опорного (первоначального) решения, выполняемый в основном двумя способами - методом северо-западного угла и методом минимального тарифа
- Произведение проверки на оптимальность (для оценки используется метод потенциалов)
- Переход от одного опорного решения к другому в случае несоответствия (построение цикла).

Полученные задачи линейного программирования можно решать симплексным методом, однако вышеупомянутые и некоторые другие методы (например, метод аппроксимации Фогеля) являются более эффективными.

Теперь рассмотрим применение транспортной задачи на практике с помощью следующего примера.

На складах A_1, A_2, A_3предприятия имеются запасы стройматериалов в количествах 180, 300, 120 т соответственно. Также есть 3 магазина B_1, B_2, B_3, реализующих этот товар, которые должны получить продукцию в количествах 110, 350, 140 т. Необходимо найти оптимальный вариант распределения товара от поставщика к потребителю, при котором сумма затрат на перевозки была бы минимальной. Расходы по перевозке 1 т продукции заданы матрицей C (ден. ед.).

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 7 & 7 & 13 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Построим транспортную таблицу.

Объемы поставок a_iпоставщиков A_i		**Объемы потребленияb_j потребителей B_j**			**Потенциалы u_i**
		B_1	B_2	B_3	
		$b_1 = 110$	b_2=350	b_3=140	
A_1	a_1 = 180	2 x_{11}	5 x_{12}	2 x_{13}	
A_2	a_2 =300	7 x_{21}	7 x_{22}	13 x_{23}	
A_3	a_3 =120	3 x_{31}	6 x_{32}	8 x_{33}	
Потенциалыv_j					

Проверим необходимое и достаточное условие решения задачи:

$\sum_{i=1}^{3} ai$= 180 + 300 + 120 = 600

$\sum_{i=1}^{3} bj$= 110 + 350 + 140 = 600

Соблюдается условие баланса, запасы равны потребностям. Модель транспортной задачи является закрытой.

Используя метод наименьшей стоимости (минимального тарифа), построим первый опорный план транспортной задачи. Распределение наибольших возможных необходимых поставок начнем с клетки с наименьшим тарифом c_{13}. Затем распределим поставки по возрастанию тарифов по свободным клеткам. Получим следующий первый опорный план, являющийся допустимым, поскольку все грузы из баз вывезены, а потребность магазинов удовлетворена полностью.

Объемы поставок a_i поставщиков A_i		**Объемы потребления b_j потребителей B_j**			**Потенциалы u_i**
		B_1	**B_2**	**B_3**	
		b_1 = 0	**b_2=0**	**b_3=0**	
A_1	a_1 = 0	2 40	5	2 140	u_1 = 0
A_2	a_2 =0	7	7 300	13	u_2= 2
A_3	a_3 =0	3 70	6 50	8	u_3 = 1
Потенциалы v_j		v_1= 2	v_2= 5	v_3 = 2	

Количество занятых клеток равно 5, что соответствует решению $m + n - 1$ = 3 + 3 - 1 = 5. Следовательно, опорный план является невырожденным, возможно выполнение расчета потенциалов. Определим значение целевой функции первого опорного плана.

$F (X_1)$ = 40 × 2 + 140 × 2 +300 × 7 + 70 × 3 +50 × 6 = 2970 (ден. ед.)

Перейдем к следующему этапу и проверим оптимальность опорного плана. Рассчитаем потенциалы u_i и v_j по занятым клеткам таблицы, решив систему уравнений, исходя из того, что $u_i + v_j = c_{ij}$ и $u_1 = 0$. Затем занесем значения в таблицу.

$$\begin{cases} u1 = 0 \\ u1 + v1 = 2 \Rightarrow v1 = 2 \\ u1 + v3 = 2 \Rightarrow v3 = 2 \\ u2 + v2 = 7 \Rightarrow u2 = 7 \\ u3 + v1 = 3 \Rightarrow u3 = 1 \\ u3 + v2 = 6 \Rightarrow v2 = 5 \end{cases}$$

Подсчитаем оценки свободных клеток по формуле $\Delta_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$:

$\Delta_{12} = c_{12} - (u_1 + v_2)$ = 5 - (0 + 5) = 0

$\Delta_{21} = c_{21} - (u_2 + v_1)$ = 7 - (2 + 2) = 3

$\Delta_{23} = c_{23} - (u_2 + v_3)$ = 13 - (2 + 2) = 9

$\Delta_{33} = c_{33} - (u_3 + v_3)$ = 8 - (1 + 2) = 5

Так как все оценки больше или равны нулю, план оптимален.

Составляем матрицу *X* по данным таблицы:

$$X = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 140 \\ 0 & 300 & 0 \\ 70 & 50 & 0 \end{pmatrix}$$

Проведя анализ плана, можем сделать следующие выводы:

Из первого склада необходимо доставить 40 т товара первому потребителю, 140 т - третьему;

Из второго склада необходимо вывезти все 300 т стройматериалов второму потребителю;

С третьего склада 70 т требуется доставить в первый магазин, а 50 т - во второй.

При этом общая стоимость доставки продукта потребителям будет минимальной и составит 2970 ден. ед.

Таким образом, можно сделать вывод о высокой значимости транспортных задач для предприятий. Благодаря их применению появляется возможность снизить расходы на транспортировку товара, упростить сложные схемы доставки, а также сократить временные затраты.

---

[1] А.В. Кузнецов, Н.И. Холод, Л.С. Костевич. Руководство к решению задач по математическому программированию. – Минск: Высшая школа, 1978. – С. 110.

[2] О.Н. Цыплакова, Ю.В. Цысь, А.В. Кобылина. Транспортная задача и ее применение в решении экономических задач. – Научная статья в журнале Современные наукоемкие технологии. – Пенза: Издательский дом «Академия Естествознания», 2014. – С. 179

[3] К.Л. Самаров. Учебно-методическое пособие по разделу Транспортная задача, 2009. – С. 3. – Сайт: www.resolventa.ru

[4] Учебно-практическое пособие Экономико-математические методы и модели. Под редакцией С.И. Макарова и С.А. Севастьяновой. – Москва: КНОРУС, 2008. – С. 69-70.

TRANSPORT TASKS: CONCEPT, TYPES, SOLUTION METHODS AND PRACTICAL APPLICATION

© 2020 Tikhonova Alina Dmitrievna
Student
Samara State University of Economics
E-mail: alinenaria@mail.ru

Keywords: transport task, linear programming, optimization methods, optimal plan.

This article considers theoretical and practical aspects of transport tasks of linear programming on optimal plan of product transportation with minimum expenses.