

# МАТЕМАТИКА

УДК 517

Код РИНЦ 27.00.00

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЦЕЛЯХ

© 2020 Анфиногентова Мария Денисовна\*  
студент

Самарский государственный экономический университет  
E-mail: mar.anfinogentova@yandex.ru

**Ключевые слова:** производная, экономика, экстремум, продукция.

В статье приведены примеры использования производных для решения экономических задач. Данный способ позволяет эффективно производить экономические расчеты, а также показывает необходимость совместного использования таких наук, как математика и экономика, для усовершенствования производственных процессов.

Решение экономических задач является довольно трудоемким процессом, который требует определенных навыков и знаний, а также повышенной концентрации и точности. Применение производных позволяет проделать данную работу гораздо продуктивнее и получить качественный результат при меньших трудозатратах.

Современные компании нуждаются в анализе своего предприятия, а также, к примеру, им необходимы исследования рынков и спроса. Помимо этого, фирма должна определить желательное количество выпуска продукции. Использование производных в данных ситуациях поможет оперативно решить все насущные вопросы. Вышеупомянутые факты обуславливают актуальность внедрения производных для решения экономических задач.

Для начала рассмотрим понятие производной как фундаментальной основы в математическом анализе. Производная  $y' = f'(x)$  функции  $y = f(x)$  в данной точке есть предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, если этот предел существует и конечен<sup>1</sup>.

Если же рассматривать понятие с точки зрения экономики, то производная - это скорость изменения экономического объекта и/или процесса во времени или относи-

---

\* Научный руководитель - **Уфимцева Людмила Ивановна**, кандидат физико-математических наук, доцент.

тельно другого исследуемого фактора. Предельные величины применяются для того, чтобы охарактеризовать сам процесс развития и изменения объект<sup>2</sup>.

При решении задач необходимо не только выйти на верный ответ, но и суметь правильно его проанализировать и соотносить с реальными показателями<sup>3</sup>. Приведенные примеры являются практикоориентированными в современных условиях и с легкостью решаются посредством использования производных.

### Задача 1

Объем предложения на продукцию предприятия выражается формулой  $Q_s = 60 + 2P$ , а объем спроса  $Q_d = 150 - P$ . Величина переменных издержек  $TVC = 15$  на единицу продукции. Чему должна быть равна цена за единицу продукции  $P$ , чтобы прибыль ( $\Pi$ ) была максимальной?

#### Решение

Найдем точку равновесия при условии  $Q_s = Q_d$ :

$$60 + 2P = 150 - P$$

$$3P = 90, \text{ откуда}$$

$P_0 = 30$  тыс. р. - равновесная цена. Следовательно,  $Q_0 = 120$  ед. - равновесный объем продукции.

Для решения данной задачи необходимо рассмотреть несколько случаев.

#### - 1 случай

Пусть  $P > P_0$ , следовательно,  $Q = Q_d$ , то есть:

$$\Pi = Q_d * P - Q_d * TVC = Q_d * (P - TVC). \text{ Подставляем значения:}$$

$$\Pi = (150 - P) * (P - 15) = -P^2 + 165P - 2250$$

Найдем производную и точку экстремума.

$$\Pi' = -2P + 165$$

$$-2P + 165 = 0. \text{ Отсюда } P = 82,5 \text{ тыс. р.}$$

$$\text{Значит, } Q = Q_d = 150 - 82,5 = 67,5 \text{ ед.}$$

$$\Pi_1 = -P^2 + 165P - 2250 = -(82,5)^2 + 165 * 82,5 - 2250 = 4556,25 \text{ тыс. р.}$$

#### - 2 случай

Пусть  $P = P_0$ , следовательно  $Q = Q_d = Q_s = Q_0 = 120$  ед.

$$\Pi_2 = 120 * (30 - 15) = 1800 \text{ тыс. р.}$$

#### - 3 случай

Пусть  $P < P_0$ , следовательно,  $Q = Q_s$ , то есть:

$$\Pi = Q_s * P - Q_s * TVC = Q_s * (P - TVC). \text{ Подставляем значения:}$$

$$\Pi = (60 + 2P) * (P - 15) = 2P^2 + 30P - 900$$

Найдем производную и точку экстремума.

$$\Pi' = 4P + 30$$

$$4P + 30 = 0. \text{ Отсюда } P = 7,5 \text{ тыс. р.}$$

$$\text{Значит, } Q = Q_s = 60 + 2 * 7,5 = 75 \text{ ед.}$$

$$\Pi_3 = 2 * (7,5)^2 + 30 * 7,5 - 900 = -562,5 \text{ тыс. р.}$$

Таким образом, мы можем сделать вывод, что прибыль будет максимальной в первом случае, и, следовательно, необходимо установить цену в размере 82,5 тыс. р.

### Задача 2

Найти оптимальный объем производства фирмы, зная, что функция прибыли задана следующим образом:  $\Pi(q) = TR(q) - TC(q) = q^2 - 12q + 6$ .

#### Решение

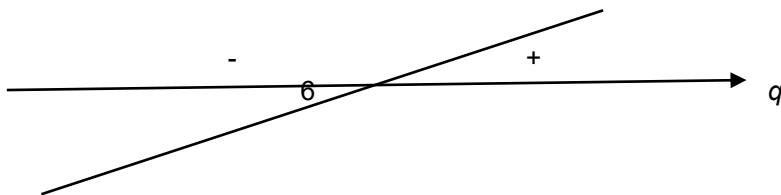
Найдем производную функции и точку экстремума.

$$Pr' = 2q - 12$$

$$2q - 12 = 0$$

$$q_0 = 6$$

Теперь необходимо проанализировать знак производной при переходе через точку экстремума.



Мы видим, что при  $q < 6$  прибыль убывает, а при  $q > 6$  возрастает. Следовательно,  $q_0 = 6$  есть минимально необходимое количество продукции, которое должна производить фирма для получения прибыли, но оптимальным оно не является.

Для определения оптимального объема выпуска продукции данной фирмы необходимо дополнительный анализ производственных мощностей.

$$Pr(0) = Pr(12) = 6.$$

Если фирма за рассматриваемый период не может производить более 12 единиц продукции, то оптимальным выходом из этой ситуации будет приостановление самостоятельного выпуска продукции и поиск иных возможностей заработка.

Если же у фирмы есть возможности для производства 12 и более единиц продукции, то оптимальным будет выпуск максимально возможного количества продукции.

Таким образом мы убедились, что внедрение производных в экономические процессы является необходимой и действенной мерой, которая позволит оперативно решать все задачи, что благоприятно скажется на деятельности фирмы.

<sup>1</sup> Булатов А. С. "Производственные возможности. Предельные величины» 3-е изд., перераб. и доп. - Юрист, 2010

<sup>2</sup>Кочержова Е.Н., Боташева Л.Р., Цыплакова О.Н. "Роль производной в экономике" // Современные наукоемкие технологии. - 2013. - № 6

<sup>3</sup> Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В. Математика в экономике. 2 часть...: Финансы и статистика, 2001

## THE USAGE OF DERIVATIVES FOR ECONOMIC OBJECTIVES

© 2020 Anfinogentova Mariia Denisovna  
Student

Samara State University of Economics  
E-mail: mar.anfinogentova@yandex.ru

**Keywords:** derivative, economics, extremum, production.

The article provides examples of the usage of derivatives for solving economic tasks. This method offers to do some economic calculations more effectively, and it also shows the necessity of joint use of Math and Economics to improve the production process.