[2] Математика для экономистов. Задачник: учебно-практическое пособие / Р.И. Горбунова М.В. Курганова С.И. Макаров.М.В. Мищенко, Е.Ю. [и др.]; под ред. С.И. Макарова, М.В. Мищенко. - Москва: Кнорус, 2018. - 358 с. - ISBN: 978-5-406-06423-8.

[3] Тарасова В. В., Тарасов В. Е. Экономическая модель естественного роста с динамической памятью // *Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук*. - 2017. - № 4-2. - С. 51-58.

[4] Tarasova V.V., Tarasov V.E. Economic interpretation of fractional derivatives // Progress in Fractional Differentiation and Applications. - 2017. - Vol. 3. - No. 1. - P. 1-7. DOI: 10.18576/pfda/030101

[5] Экономика. Социология. Менеджмент: федер. образоват. портал / Высш. шк. экономики. - Москва, 2003-. - URL: http://ecsocman.hse.ru/ (дата обращения 05.03.2020)

APPLICATION OF THE APPARATUS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN MODELING OF ECONOMIC PROCESSES

© 2020 Nyikina Elena Yuryevna
Candidate of Sciences in Economics, Associate Professor
Samara State University of Economics
E-mail: nuikina1973@mail.ru

Keywords: differential equations, economic studies, mathematical methods.

The aim of this work is to consider some of the techniques of basic mathematical modeling of economic and social processes. The application of the apparatus of differential equations makes it possible to find an approach to solving many economic problems. The author indicates that the considered method of mathematical modeling gives a somewhat simplified approach to the compilation of an economic-mathematical model. But at the same time, it is noted that there are many mathematical techniques that allow us to solve more complex problems with multi-purpose problems.

УДК 517.956.3
Код РИНЦ 27.00.00

ЗАДАЧА S5 ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

© 2020 Родионова Ирина Николаевна
доцент
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева
© 2020 Севастьянова Светлана Александровна
доцент
Самарский государственный экономический университет
E-mail: s_sevastyanova@mail.ru

Ключевые слова: уравнение гиперболического типа, краевая задача, интегральное уравнение.

В статье приведен метод решения краевой для полного уравнения гиперболического типа третьего порядка с переменными коэффициентами. За основу решения поставленной задачи взя-

то полученное авторами решение задачи Дарбу в специальном классе функций. Задача сводится к совокупности однозначно разрешимых интегральных уравнений Вольтерры, в силу чего ее решение может быть получено в явном виде.

Уравнение

$$U_{xyz}+b(y)U_{xz}+a(x)U_{yz}+c(z)U_{xy}+b(y)c(z)U_x+a(x)b(y)U_z+a(x)b(y)c(z)U=0 \qquad (1)$$

рассмотрим на множестве $H=H_1\cup H_2\cup H_3\cup H_4$,

$$H_1=\left\{(x,y,z)\left|\begin{matrix}0<x<y<h,\\ 0<z<+\infty\end{matrix}\right.\right\},H_2=\left\{(x,y,z)\left|\begin{matrix}0<y<x<h\\ 0<z<+\infty\end{matrix},\right.\right\},$$

$$H_3=\left\{(x,y,z)\left|\begin{matrix}0<-x<y<h,\\ 0<z<+\infty\end{matrix}\right.\right\},H_4=\left\{(x,y,z)\left|\begin{matrix}0<y<-x<h\\ 0<z<+\infty\end{matrix},\right.\right\},h>0.$$

Функции $a(x)\in C[-h,h]$, $b(y)\in C[0,h]$, $c(z)\in C[0,+\infty)$, $a(-x)=-a$. Их первообразные обозначим соответственно $\alpha(x)$, $\beta(y)$, $\gamma(z)$.

Задача S5. На множестве H найти решение уравнения (1), непрерывное в $\overline{H}$, удовлетворяющее условиям:

$$U(x,y,z)=\begin{cases}f_1(x,y),\ (x,y)\in\overline{D}_1, D_1=\{0<x<y<h\},\\ f_2(x,y),\ (x,y)\in\overline{D}_2, D_2=\{0<y<x<h\},\\ f_3(x,y),\ (x,y)\in\overline{D}_3, D_3=\{0<-x<y<h\},\\ f_4(x,y),\ (x,y)\in\overline{D}_4, D_4=\{0<y<-x<h\}.\end{cases}$$

$$\int_0^x e^{\beta(t)}U(x,t,z)\,dt=\psi(x,z),\ (x,z)\in\overline{D_0}, \qquad (2)$$

$$D_0\left\{(x,z)\left|\begin{matrix}0<x<h\\ 0<z<\infty\end{matrix}\right.\right\};$$

$$\int_0^{-x} e^{\beta(t)}U(x,t,z)\,dt=\varphi(x,z),\ (x,z)\in\overline{D}_0^*, \qquad (3)$$

$$\overline{D}_0^*=\left\{(x,z)\left|\begin{matrix}-h<x<0,\\ 0<z<\infty\end{matrix}\right.\right\},$$

условию сопряжения на характеристической плоскости $x=0$:

$$\lim_{x\to 0+0}\frac{\partial}{\partial x}\int_x^y e^{\alpha(t)}(t-x)^{-r_1}U(t,y,z)\,dt=\lim_{x\to 0-0}\frac{\partial}{\partial x}\int_{-y}^x e^{\alpha(t)}(x-t)^{-r_2}U(t,y,z)\,dt \qquad (4)$$

$$(0<r_1r_2<1),$$

и на нехарактеристических плоскостях $x=y$, $x=-y$ соответственно:

$$\lim_{y\to x+0}\left(U_y-U_x\right)=\lim_{y\to x-0}\left[U_y-U_x-2\alpha(x)U(x,y,z)\right]-\frac{\partial}{\partial x}U(x,x-0,z), \qquad (5)$$

$$\lim_{y\to -x+0}\left(U_x+U_y\right)=\lim_{y\to -x-0}\left[U_x+U_y+2\alpha(x)U(x,y,z)\right]-\frac{\partial}{\partial x}U(x,-x-0,z), \qquad (6)$$

Отметим, что в условиях сопряжения (5) на характеристической плоскости введены производные дробного порядка, т.к. традиционная склейка, содержащая нормальную производную искомого решения, приводит к некорректной постановке задачи. Первые постановки задач с сопряжением, содержащим интегралы и производные дробного порядка, принадлежат В.Ф. Волкодавову. Затем они появились в ряде его работ с учениками [1-6], [8-14]. Заметим также, что к условию (3) легко сводится условие:

$$\frac{1}{xz}\int_0^z d\tau\int_0^x e^{\beta t}U(x,t,\tau)\,dt=\varphi(x,z),$$

которое можно рассматривать как задание среднего значения с весом искомого решения на внутренней плоскости, параллельной граничной $x=h$.

Будем предполагать выполнение следующих условий.

Условия А.

$$f_i(x,y)\in C(\bar{D}_i),\ f''_{i_{xy}}\in C(D_i);\ i=\overline{1,4}.,$$

$f_1(x,x)=f_2(x,x)=f_3(x,-x)=f_4(x,-x)=0; f_1(x,y)$ при $x=0$ обращается в ноль порядка выше r_1, $f_3(x,y)$ порядка выше r_2;

$$\int_0^x e^{\beta t}f_2(x,t)\,dt=0,\ \int_0^{-x}e^{\beta t}f_4(x,t)\,dt=0.$$

Условия В. Функции $\varphi(x,z)$, $\psi(x,z)$ имеют непрерывные частные производные первого порядка в своих областях определения; $\varphi(x,0)=\psi(x,0)$. При $x=0$ обе функции обращаются в ноль порядка выше первого.

В ходе дальнейших рассуждений для заданных функций могут быть введены дополнительные ограничения. Для решения поставленной задачи S5 воспользуемся, полученным методом Римана, решением задачи Дарбу, в котором введено интегральное представление одной из заданных функций [7], в силу чего решение приобрело более простой вид. В результате имеем в области H1:

$$U(x,y,z)=\int_0^x T_1(t,z)\,e^{2\beta t-\beta x-\beta y}dt+\int_x^y N_1(t,z)\,e^{\alpha t+\beta t-\alpha x-\beta y}dt+e^{\gamma(0)-\gamma(z)}f_1(x,y), \qquad (7)$$

где

$$U(x,x+0,z)=\int_0^x T_1(t,z)\,e^{2\beta t-2\beta x}dt, \qquad (8)$$

$$N_1(t,z)=\frac{1}{2}\left[T_1(t,z)+v_1(t,z)\right],\ v_1=\lim_{y\to x+0}\left(U_y-U_x\right). \qquad (9),$$

В области H2:

$$U(xyz)=\int_0^y T_2(t,z)\,e^{2\alpha(t)-\alpha(x)-\alpha(y)}\,dt+\int_y^x N_2(t,z)\,e^{\alpha(t)+\beta(t)-\alpha(x)-\beta(y)}\,dt+e^{\gamma(0)-\gamma(z)}f_2(x,y), \qquad (10)$$

$$U(x,y,z)=U(x,x-0,z)=\int_0^x T_2(t,z)\,e^{2\alpha(t)-2\alpha(x)}\,dt, \qquad (11)$$

$$N_2=\frac{1}{2}(T_2-v_2);\ v_2=\lim_{y\to x-0}(U_y-U_x). \qquad (12)$$

В области Н3:

$$U(x,y,z)=\int_x^0 T_3(t,z)\,e^{2\beta(-t)-\beta(-x)-\beta(y)}\,dt+\int_{-y}^x N_3(t,z)\,e^{\alpha(t)+\beta(-t)-\alpha(x)-\beta(y)}\,dt+e^{\gamma(0)-\gamma(z)}f_3(x,y), \qquad (13)$$

$$U(x,-x+0,z)=\int_x^0 T_3(t,z)\,e^{2\beta(-t)-2\beta(-x)}\,dt; \qquad (14)$$

$$N_3=\frac{1}{2}(T_3+v_3);\ v_3=\lim_{y\to -x+0}(U_x+U_y). \qquad (15)$$

И в области Н4:

$$U(x,y,z)=\int_{-y}^0 T_4(t,z)\,e^{2\alpha(t)-\alpha(x)-\alpha(-y)}\,dt+\int_x^{-y} N_4(t,z)\,e^{\alpha(t)+\beta(-t)-\alpha(x)-\beta(y)}\,dt+e^{\gamma(0)-\gamma(z)}f_4(x,y), \qquad (16)$$

$$U(x,-x-0,z)=\int_x^0 T_4(t,z)\,e^{2\alpha(t)-2\alpha(x)}\,dt, \qquad (17)$$

$$N_4=\frac{1}{2}(T_4-v_4),\ \lim_{y\to -x-0}(U_x+U_y). \qquad (18)$$

Решение уравнения (1), определяемое формулами (8), (11), (14), (17), удовлетворяет условию (2) задачи S5. Неизвестные функции $N_j, T_j, j=1,4$ будем искать в классе функций, для которых выполняются следующие условия.

Условия С. $N_к(x,z)$ и $T_к(x,z)$ непрерывны вместе со своими частными производными по переменной z в области D0, $k=\overline{1,2}$ и абсолютно интегрируемы на сегменте [0, h] при любом $z\in(0,+\infty)$; $N_m(x,z)$ и $T_m(x,z)$ непрерывны вместе со своими частными производными по z в области D_0^*, абсолютно интегрируемы по x на сегменте $(-h,0)$ при любом $z\in(0,+\infty)$.

$$T_j(x,0)=N_j(x,0)=0,\ j=\overline{1,4}.$$

Функции, определяемые формулами (11), (17) подчиним условиям (3), (4) соответственно. После некоторых преобразований получаем с учетом условий А2:

$$\int_0^x T_2\;\;t,z\;\;e^{2\alpha\;t\;-\alpha\;x\;+\beta\;x}=\left[e^{\alpha\;x}\psi\;\;x,z\;\right]'_x, \qquad 19$$

$$-\int_x^0 T_4\;\;s,z\;\;e^{2\alpha\;s\;-\alpha\;x\;+\beta\;-x}ds+xN_4\;\;x,z\;\;e^{\alpha\;x\;+\beta\;-x}=\left[e^{\alpha\;x}\varphi\;\;x,z\;\right]'_x. \qquad 20$$

Из непрерывности решения задачи S5 на плоскостях $y=x, y=-x$ и $x=0$ соответственно, получаем соотношения, с учетом представлений (9), (12), (15), (18), (8), (14).

$$\int_0^x T_1\;\;t,z\;\;e^{2\beta\;t\;-2\beta\;x}dt=\int_0^x T_2\;\;t,z\;\;e^{2\alpha\;t\;-2\alpha\;x}dt, \qquad 21$$

$$\int_x^0 T_3\;\;t,z\;\;e^{2\beta\;-t\;-2\beta\;-x}dt=\int_x^0 T_4\;\;t,z\;\;e^{2\alpha\;t\;-2\alpha\;x}dt, \qquad 22$$

$$N_1\;\;y,z\;\;e^{\alpha\;y}=N_3\;\;-y,z\;\;e^{\alpha\;-y}. \qquad 23$$

Условия сопряжения (5)-(7) после ряда тождественных преобразований приводят к следующим равенствам:

$$-N_1\;\;y,z\;\;e^{\alpha\;y\;+\beta\;y}\;\cdot y^{-r_1}+r_1y^{-r_1-1}e^{\alpha\;y\;-\beta\;y}\int_0^y T_1\;\;s,z\;\;e^{2\beta\;s}ds=$$

$$=N_3\;\;-y,z\;\;e^{\alpha\;-y\;+\beta\;y}\;\cdot y^{-r_2}-r_2y^{-r_2-1}e^{\alpha\;y\;-\beta\;y}\int_{-y}^0 T_3\;\;s,z\;\;e^{2\beta\;-s}ds, \qquad 24$$

$$N_2\;\;y,z\;=\frac{1}{2}T_1\;\;y,z\;-N_1\;\;y,z\;, \qquad 25$$

$$N_4=\frac{1}{2}T_3-N_3. \qquad 26$$

Замечание. Формула (25) получена при дополнительном ограничении, налагаемом на функции f_1 *и* f_2:

$$r_1\int_0^y t^{-r_1-1}e^{\alpha\;t}f_1\;\;t,y\;\;dt+r_2\int_0^y t^{-r_2-1}e^{\alpha\;t}f_2\;\;-t,y\;\;dt=0,$$

которое обеспечивает выполнение условия $N_1\;\;x,0\;=N_2\;\;x,0\;=0$.

Подставим в формулу (20) вместо интеграла, содержащего T_2, его выражение через функцию T_1 из соотношения (22), вместо N_2 выражение (26). Полученное при этом равенство рассмотрим как интегральное уравнение относительно функции T_1.

$$T_1\;\;x,z\;\;e^{2\beta\;x}+\frac{2}{x}\int_0^x T_1\;\;t,z\;\;e^{2\beta\;t}dt=\frac{\phi_1\;\;x,z}{x}, \qquad 27$$

где

$$\Phi_1(x,z)=e^{\beta(x)-\alpha(x)}\left(e^{\alpha(x)}\psi(x,z)\right)'_x+xN_1(x,z)e^{2\beta(x)}. \quad (28)$$

Единственное решение уравнения (28), полученное методом последовательных приближений [7] , имеет вид:

$$T_1(x,z)e^{2\beta(x)}=-\frac{2}{x}\int_0^x\left(\frac{t}{x}\right)^2\frac{2\Phi_1(t,z)}{t}dt+\frac{2\Phi_1(x,z)}{x}. \quad (29)$$

Откуда вычислением получаем

$$\int_0^y T_1(x,z)e^{2\beta(t)}dt=\frac{2}{y^2}\int_0^y te^{\beta(t)-\alpha(t)}\left[e^{\alpha(t)}\psi(t,z)\right]'_t dt+\frac{2}{y^2}\int_0^y t^2N_1(t,z)e^{2\beta(t)}. \quad (30)$$

Из формул (21), (23), (27) аналогичными рассуждениями имеем:

$$\int_{-y}^0 T_3(t,z)e^{2\beta(-t)}dt=\frac{2}{y^2}\int_{-y}^0 te^{\beta(-t)-\alpha(t)}\left[e^{\alpha(t)}\varphi(t,z)\right]'_t dt+2y2\text{-}y0t2N3(t,z)e2\beta(-t)dt. \quad (31)$$

Выражения (31), (32) подставим в формулу (25) с учетом равенства (24). Получаем относительно N_1 интегральное уравнение

$$y^2e^{2\beta(y)}N_1(y,z)=\frac{2\sigma(y)}{y}\int_0^y t^2e^{2\beta(t)}N_1(t,z)dt+F(y,z), \quad (32)$$

в котором

$$F(y,z)=\frac{-2}{y\left(y^{r_1}+y^{r_2}\right)}\left[r_1y^{r_2}\int_0^y t\frac{\partial}{\partial t}\left(e^{\alpha(t)}\psi(t,z)\right)e^{\beta(t)-\alpha(t)}dt+r_2y^{r_1}\int_{-y}^0 te^{\beta(-t)-\alpha(t)}\frac{\partial}{\partial t}\left(e^{\alpha(t)}\varphi(t,z)\right)dt\right] \quad (33)$$

$$\sigma(y)=\frac{r_1y^{r_2}+r_2y^{r_1}}{y^{r_1}+y^{r_2}}, \quad (34)$$

очевидно, $0<\sigma(y)<1$.

Единственное решение уравнения (33) представимо формулой

$$N_1(y,z)e^{2\beta(y)}=\frac{2\sigma(y)}{y^3}\int_0^y t^2F(t,z)e^{2\int_t^y\frac{\sigma(\tau)}{\tau}d\tau}dt+\frac{F(y,z)}{y^2}. \quad (35)$$

С применением теоремы о среднем производим оценку:

$$e^{\int_t^y\frac{2\sigma(\tau)}{\tau}d\tau}=e^{2\sigma(\tau^*)\int_t^y\frac{d\tau}{\tau}}<e^{2\ln\frac{y}{t}}=\left(\frac{y}{t}\right)^2, t<\tau<y.$$

Из выражений (33), (34), (36) следует, что при выполнении условий В $N_1(x,y)$ принадлежит классу функций, для которых выполняются условия С. Вычисляя

$$\int_0^y t^2N_1(t,z)e^{2\beta(t)}dt=\int_0^y t^2F(t,z)e^{2\int_t^y\frac{\sigma(\tau)}{\tau}d\tau}dt \quad (36)$$

и подставляя во второе слагаемое формулы (31), имеем:

$$\int_0^y e^{2\beta\ x} T_1\ \ t,z\ \ dt=\frac{2}{y^2}\int_0^y te^{\beta\ t}\left[e^{\alpha\ t}\ \psi\ \ t,z\ \right]'_t dt+2y2\int_0^y t^2F\ \ t,z\ \ e^{2\int_t^y \frac{\sigma\ \tau}{\tau}d\tau}dt. \qquad 37$$

$N_3\ \ -y,z$ находим из формулы (36) посредством соотношения (24). Из выражений (22), (38) получаем $\int_0^x T_2\ \ t,z\ \ e^{2\alpha\ t}\,dt$. Из формулы (32) находим $\int_{-y}^0 T_3\ \ t,z\ \ e^{2\beta\ -t}\,dt$, из соотношения (23) $\int_x^0 T_4\ \ t,z\ \ e^{2\alpha\ t}\,dt$. Функции $N_2\ \ y,z$ и $N_4\ \ y,z$ вычислим из соотношений (20), (21) соответственно, в которые предварительно подставим полученные выражения $\int_0^x T_2\ \ t,z\ \ e^{2\alpha\ t}\,dt$ и $\int_0^x T_2\ \ t,z\ \ e^{2\alpha\ t}\,dt$. В силу громоздкости не приводим эти вычисления. Подставляя в формулы (8), (11), (14), (17) интегралы, содержащие функции $T_k\ \ t,z\ ,k=\overline{1,4}$ и найденные выражения для $N_k\ \ t,z$, получим решение задачи S5 в явном виде.

Единственность решения задачи S5 следует из единственности решения задачи Дарбу для уравнения (1), взятого за основу, а также из единственности решения интегральных уравнений, получаемых в процессе решения. Существование доказано проверкой.

---

[1] Волкодавов В.Ф., Томина Е.И. О единственности решения ряда краевых задач для уравнения Лаврентьева-Бицадзе: Деп. в ВИНИТИ. 9.03.1997.547-В93, 1993.

[2] Волкодавов В.Ф., Мансурова Е.Р. Краевая задача для частного вида уравнения Эйлера-Дарбу с интегральными условиями и специальными условиями сопряжения на характеристике // Изв. вузов. Матем., 2000, №8, С.16-19.

[3] Волкодавов В.Ф., Илюшина Ю.А. Для уравнения смешанного типа единственность решения задачи Т с сопряжением производной по нормали с дробной производной // Изв. вузов. Матем., 2003, №9, с. 6-9.

[4] Е.Р. Мансурова. Аналог задачи Трикоми с нелокальным интегральным условием сопряжения // Изв. вузов. Матем, 2009, №4, С. 61-66.

[5] Е.Р. Мансурова. Об однозначной разрешимости аналога задачи Трикоми с нелокальным интегральным условием сопряжения // Матем. заметки, 2010, Т.87, №6, С. 866-867.

[6] С.Г. Михлин. Интегральные уравнения, М.-Л.: ОГИЗ, 19947.

[7] Долгополов В.М., Родионова И.Н. Две задачи для пространственного аналога гиперболического уравнения третьего порядка. Вестн. Сам. гос. тех. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 4(29), 20012, С. 212-217.

[8] Долгополов В.М., Родионова И.Н. Основные краевые задачи для одного уравнения третьего порядка в трехмерной области специального вида // Дифференциальные уравнения, 1993, Т. 29, №8, С. 1459.

[9] Долгополов В.М., Родионова И.Н. Задачи для уравнений гиперболического типа на плоскости и в трехмерном пространстве с условиями сопряжения на характеристике. Изв. РАН. Сер. Матем., 2011, Т.75, №4, С. 21-28.

[10] Долгополов В.М., Родионова И.Н. Задачи с сопряжением на характеристической плоскости для одного пространственного аналога уравнения гиперболического типа. // Вестн. Сам. гос. тех. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2010, №1(20), С. 16-23.

[11] И.Н. Родионова Задача с интегральным условием для одного пространственного уравнения гиперболического типа, вырождающегося на координатных плоскостях. // Вестн. Сам. гос. тех. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2011, №2, С. 89-193.

[12] Родионова И.Н., Долгополов В.М. Задачи с сопряжением на характеристической плоскости для одного гиперболического уравнения третьего порядка в трехмерном пространстве // Вестн. Сам. гос. тех. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2014, №1(34), С. 48-55.

[13] Бушков С.В., Родионова И.Н. О постановке краевых задач в области специального типа для одного гиперболического уравнения третьего порядка в трехмерном евклидовом пространстве. Science Time. №1(13), 2015, С. 53-60.

[14] Бушков С.В., Родионова И.Н. Нелокальные задачи для одного уравнения гиперболического типа третьего порядка, вырождающегося на координатных плоскостях. // Science Time. №2(26), 2016, С. 92-100.

PROBLEM S5 FOR THE THIRD-ORDER HYPERBOLIC EGUATION IN A THREE-DIMENSIONAL SPACE

© 2020 Rodionova Irina Nikolaevna
Associate Professor
Samara University
© 2020 Sevastyanova Svetlana Alexandrovna
Associate Professor
Samara State University of Economics
E-mail: s_sevastyanova@mail.ru

Keywords: equation of hyperbolic type, boundary value problem, integral equation.

The article presents a method for solving the boundary value for the complete equation of the third-order hyperbolic type with variable coefficients. The solution to the problem posed is based on the solution of the Darboux problem in a special class of functions obtained by the authors. The problem is reduced to a set of uniquely solvable Volterra integral equations, by virtue of which its solution can be obtained in explicit form.

УДК 519.852.33
Код РИНЦ 27.00.00

ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ: ПОНЯТИЕ, ТИПЫ, МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

© 2020 Тихонова Алина Дмитриевна*
студент
Самарский государственный экономический университет
E-mail: alinenaria@mail.ru

Ключевые слова: транспортная задача, линейное программирование, методы оптимизации, оптимальный план.

* Научный руководитель - **Севастьянова Светлана Александровна**, кандидат педагогических наук, доцент.