

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

© 2020 Дакашева Танзила Мухтаровна*
студент

Самарский государственный экономический университет
E-mail: tanz.w95@gmail.com

Ключевые слова: математические методы, экономика, анализ, экономическая модель, экономические субъекты, производительность, минимизация, максимизация, производная, прибыль, издержки.

В данной статье рассматриваются способы применения математических методов при исследовании экономических процессов. Показан экономический смысл такой математической категории, как производная, изучается ее значение и способы применения при решении экономических задач. Используются несколько экономических моделей в качестве примера.

На сегодняшний день математические методы исследования играют очень важную роль в изучении тех или иных явлений и процессов. Они давно вышли за рамки одной науки и применяются в различных сферах. Например, такие методы часто используются при изучении хозяйственной деятельности экономических субъектов, что способствует углублению в сущность экономических механизмов и увеличению эффективности экономического анализа¹.

Некоторыми из преимуществ использования математических методов являются достижение более полной картины влияния отдельных факторов на конкретные составляющие деятельности организаций, скорость осуществления анализа (применение математической науки значительно сокращает время исследования экономических процессов), повышении точности при расчете тех или иных экономических показателей. Также применение математических методов дает нам возможность исследовать многомерные аналитические задачи, которые не поддаются решению традиционными экономическими законами. В ходе использования математических методов анализа в экономике создаются и изучаются экономико-математические модели², с помощью которых выясняются закономерности влияния отдельных частных экономических факторов на общие экономические нормативы деятельности организации.

Наиболее широкое применение в экономике ученые-экономисты нашли в такой математической категории, как производная.

Экономический смысл производной³ состоит в том, что она показывает масштаб изменения какого-либо экономического явления с течением времени или в сравнении с другим экономическим явлением.

* Научный руководитель - Уфимцева Людмила Ивановна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Основная цель экономического анализа заключается в изучении взаимосвязи между экономическими величинами, представленные в функциональном виде. Изменение государственного бюджета при изменении налоговой ставки или при введении различных пошлин, разница в предельных стоимостях деятельности фирмы при повышении или снижении цены на ее продукцию - эти и многие другие экономические расчеты производятся с помощью изучения функций путем применения свойств производной и дифференциала. Для достижения наибольшей экономической эффективности и оптимизации производства в экономике часто необходим расчет таких показателей, как наивысшая производительность труда, максимальная прибыль, минимальные издержки, колебание уровня цен при изменении налоговой ставки и т.д., каждый из которых соответствует определенной функции. Таким образом, расчет оптимального значения показателя сводится к нахождению наибольшего и наименьшего показателя функции⁴ (нахождение экстремума функции).

Для лучшего понимания экономического значения производной, рассмотрим применение данной математической категории в решении экономических задач.

Задача 1

В связи с низким уровнем капитала, фирма минимизирует средние издержки, при условии, что функция издержек имеет вид $C = C(q) = 450 + 14q + \frac{1}{2}q^2$. Позже государство ввело ограничение на установку цены не выше 54 усл. ед. На сколько единиц товара фирма должна увеличить выпуск? На сколько при этом изменятся ее средние издержки?

Решение

Для того, чтобы определить средние издержки производства, необходимо найти отношение издержек на количество произведенных единиц товара:

$$\frac{C(q)}{q} = \frac{450 + 14q + \frac{1}{2}q^2}{q} = \frac{450}{q} + 14 + \frac{1}{2}q.$$

Предельные средние издержки будут равны производной функции средних издержек:

$$\left(\frac{C(q)}{q}\right)' = \left(\frac{450 + 14q + \frac{1}{2}q^2}{q}\right)' = -\frac{450}{q^2} + 1 + \frac{1}{2}.$$

Для того, чтобы минимизировать средние издержки, необходимо приравнять производную к нулю: $\left(\frac{C(q)}{q}\right)' = 0$:

$$-\frac{450}{q^2} + 1 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow q = 30$$

Минимальное значение средних издержек при $q = 30$ равно:

$$AC(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{450}{q} + 14 + \frac{1}{2}q = 44.$$

Тогда предельные издержки будут равны:

$$MC \ q = 14 + q.$$

При установленной государством цене $p = 54$ оптимальное значение прибыли достигается при:

$$x = pq - C \ q = 54q - 450 - 14q - \frac{1}{2}q^2 \rightarrow \max.$$

Для того, чтобы прибыль была максимальной, необходимо, чтобы предельный доход и предельные издержки были равны $54 = 14 + q \Rightarrow q \text{ опт.} = 40$.

Таким образом, выпуск продукции следует увеличить на 10 единиц, при этом средние издержки увеличатся на 1,25 усл. ед.

Задача 2

Объем продукции, производимой на заводе за один рабочий день, может быть описан функцией $u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$ ед. при $1 \leq x \leq 8$, где t - рабочее время в часах. Рассчитайте производительность труда на данном заводе, скорость ее изменения через час после начала рабочего дня и за час до его окончания.

Решение

Расчет производительности труда осуществляется путем нахождения производной от объема выпускаемой продукции на данном заводе:

$$Z \ t = u' \ t = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100 \text{ ед/ч,}$$

А скорость изменения производительности - соответствует производной $z'(t)$

$$z'(t) = -5t + 15 \text{ (ед/ч.)}$$

В заданные моменты времени $t_1 = 1$ ч и $t_2 = 8 - 1 = 7$ ч. Следовательно имеем:

$$z(1) = 112 \text{ (ед/ч), } z'(1) = 10 \text{ (ед/ч)}$$

$$z(7) = 82,5 \text{ (ед/ч), } z'(7) = -20 \text{ (ед/ч)}$$

Итак, к концу рабочего дня объем продукции, производимой на данном заводе, снижается; при этом изменение знака $z'(t)$ с плюса на минус указывает на то, что увеличение производительности труда в первые часы работы замещается ее снижением к концу рабочего дня. Причиной такого снижения производительности могут быть многие факторы, например, физическая и умственная усталость работников, механический износ станков, оборудования и другие.

Задача 3

Бригада рабочих за один цикл изготавливает 10 единиц товара. При этом зависимость между затратами производства и объемом выпускаемой продукции обозначена функцией $y = 50x - 0,05x^3$ (ден.ед.). Рассчитайте средние и предельные издержки данной бригады рабочих за один производственный цикл.

Решение

Средние издержки рассчитываются отношением затрат производства на объем выпускаемой продукции:

$$\frac{C \ q}{q} = \frac{50x - 0,05x^3}{x} = 50 - 0,05x^2$$

При производстве 10 единиц товаров сумма средних издержек будет равна:

$$\frac{C \ q}{q} = 50 - 0,05 \cdot 100 = 45$$

Для расчета предельных издержек используется производная:

$$y'(x) = 50 - 0,15x^2$$

При производстве 10 единиц товаров предельные издержки составят $y'(10) = 50 - 0,15 \cdot 10^2 = 35$ (ден.ед.)

Таким образом, если средние издержки на производство единицы продукции составляют 45 ден. ед., то предельные издержки составляют 35 ден.ед.

Подводя итоги, можно сказать, что практически все науки так или иначе связаны с математикой и используют математические методы при исследовании и доказательстве своих законов. В этом мы убедились на примере применения в экономике такого универсального математического инструмента, как производная.

некоторыми из преимуществ использования производной при анализе экономической модели являются:

- возможность наиболее широкого применения и исследования функций в экономике;

- способность с помощью дифференциального метода доказать многочисленные экономические законы и закономерности;

- выполнимость расчета различных экономических показателей, которые не поддаются решению исключительно экономическими принципами⁵.

¹ Розен В. В. Математические модели принятия решений в экономике. -- М.: Книжный дом "Университет". Высш. шк., 2002

² Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В. Математика в экономике. В 2-х ч. - М.: Финансы и статистика, 2011

³ Воронов М. В., Мещерякова Г. П. Математика для студентов гуманитарных факультетов. -- Ростов-на-Дону: Феникс, 2002.

⁴ Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. "Высшая математика для экономистов" - Юнити-М, 2009

⁵ Иванов С.И. "Экономика. Основы экономической теории" - Вита-Пресс, 2011.

APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS IN THE STUDY OF ECONOMIC MODELS

©2020 Dakasheva Tanzila Muhtarovna

Student

Samara State University of Economics

E-mail: tanz.w95@gmail.com

Keywords: mathematical methods, Economics, analysis, economic model, economic subjects, productivity, minimization, maximization, derivative, profit, costs.

This article discusses the ways of applying mathematical methods in the study of economic processes. The economic meaning of such a mathematical category as a derivative is considered, its meaning and ways of application in solving economic problems are studied. Several economic models are used as examples.